

壹、計畫名稱: 投影幾何輔助教材

貳、實施課程、授課教師姓名

實施課程: 電輔工程圖學 (機械二)

授課教師: 鐘文遠

參、前言

投影幾何為工程圖學與機械製圖的最主要基礎，學習如何在2D平面上表述空間物體的形狀。若欠缺上述能力，即使腦中有物體形狀的構想，也無法對工程人員或其他人清楚表述。所以機械系的學生務須熟悉投影幾何學，以奠定工程表述能力的基礎。投影幾何的訓練多針對點、線、面之間的關係，例如點與線的距離、點與面的距離、兩線的公垂線及線與面的交點 .. 等，解題方式就是投影成數個平面圖，再藉由諸多技巧以完成。

基於先前基礎、天分、興趣及努力程度的差異，各學生對於各科目的學習成效當然不同。然而若差異性過大或者呈現明顯的M型雙高峰，在教學上就很棘手。設若以適合中間程度的方式施教，後段的會跟不上、抱怨甚至放棄。而前段的則感覺沒挑戰及認為浪費時間。近年來，深刻感受學生對投影幾何這個課題，呈現日益嚴重的M型特徵，造成教學的極度困擾。因此欲藉由本教材的研發，讓後段同學能不放棄且能循序學習，也讓較資優者不會感到無聊且有接受挑戰的機會。

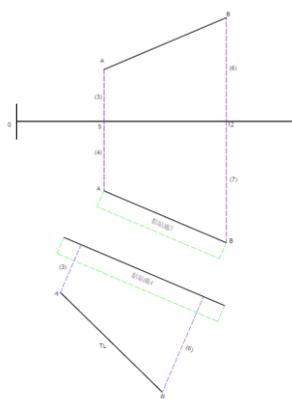
研發的教材主要有兩部分。其一為設計模型讓學生動手剪裁黏貼，藉此模型可了解投影幾何的原理，建立三維轉為二維的概念，可大幅減少三維想像力較差的同學所面臨的障礙與挫折。其二為研發驗證作業答案的試算表。作業習作可自由選擇，能力中下的同學可選擇指定的數據，由於題目相同，同學間可互相討論及更正錯誤，進而完成作業。程度普通及優秀者可選擇自行規畫數據，再藉由研發的試算表以驗證答案是否正確。藉由這兩種教材的研發，達到因材施教的目的，讓M形兩端的同學皆能有學習的興趣與成效。

肆、計畫特色及具體內容

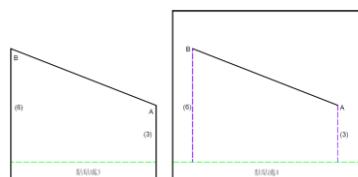
本教材研發分為兩部分。其一為模型的剪裁、黏貼與應用，另一為驗證作業答案的試算表。以下分段敘述。

一、模型的剪裁、黏貼與應用

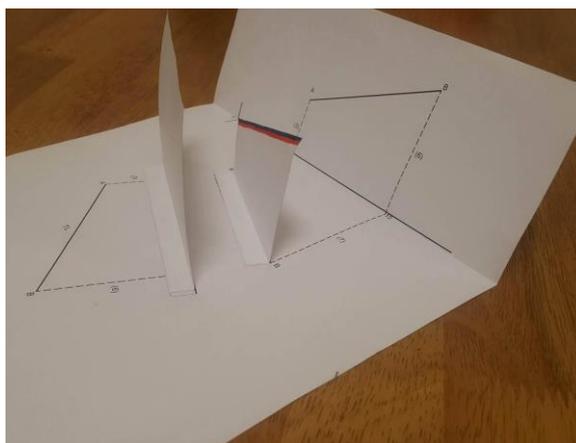
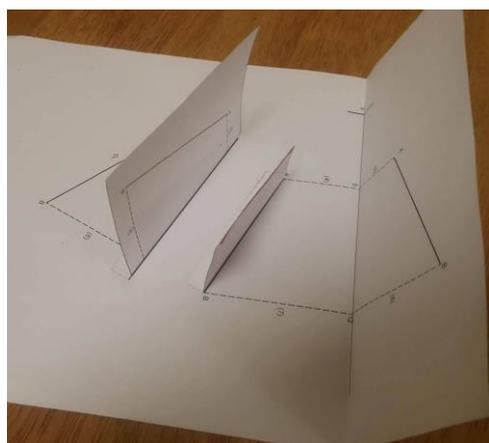
針對投影幾何的幾個關鍵觀念，設計模型供學生自行剪裁與黏貼。圖一是以副投影面的方法求空間直線的實長；雖是一個二維的圖，但卻是解決一個三維空間的問題。僅靠講解及投影片，學生需有足夠的空間想像能力，才能完全理解及吸收。本教材設計如圖二的模型元件，將其剪裁並依指示黏貼於圖一，便可完成如圖三的立體模型。每個學生有此模型，可任意翻轉、平移、比劃及討論，輕易了解副投影面平行於空間直線等特性。進而領悟將圖三的各投影面”翻轉”後，如何得到如圖一之二維投影圖，最主要可藉此免除挫折感並建立信心。



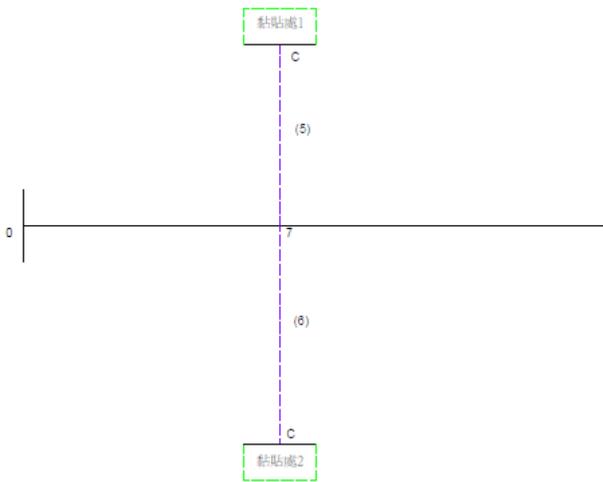
圖一：副投影面求空間直線實長



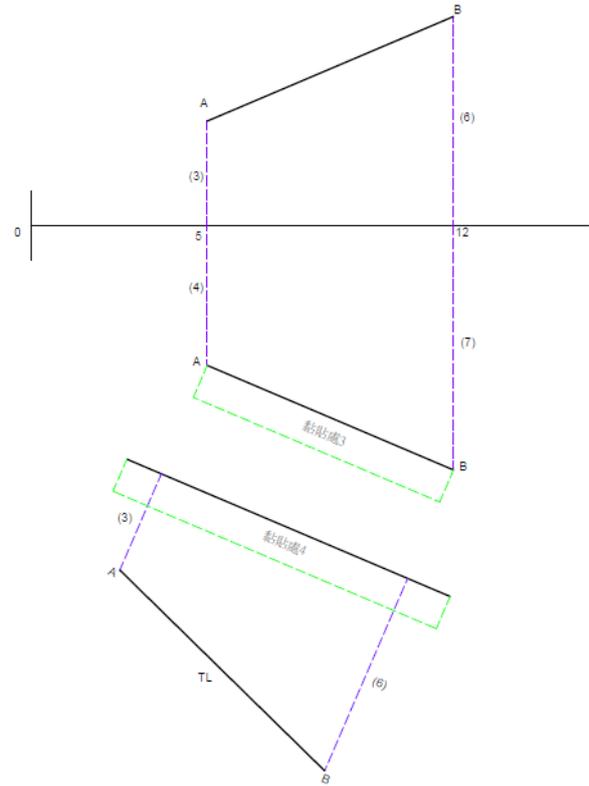
圖二：模型的元件



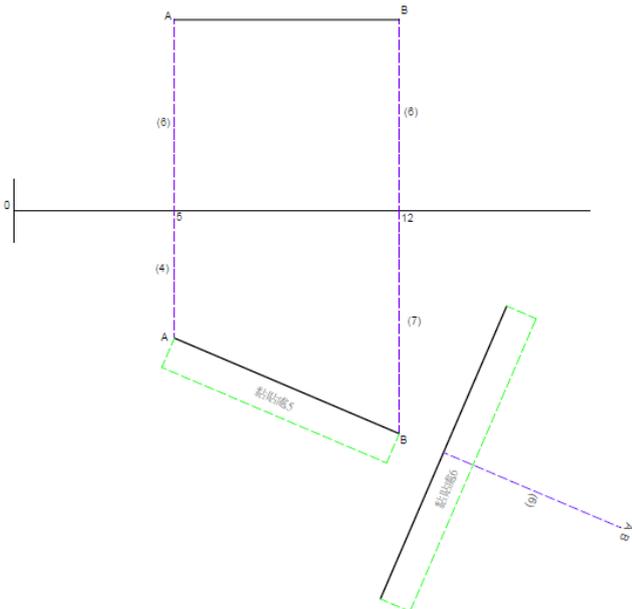
圖三：完成後的空間模型



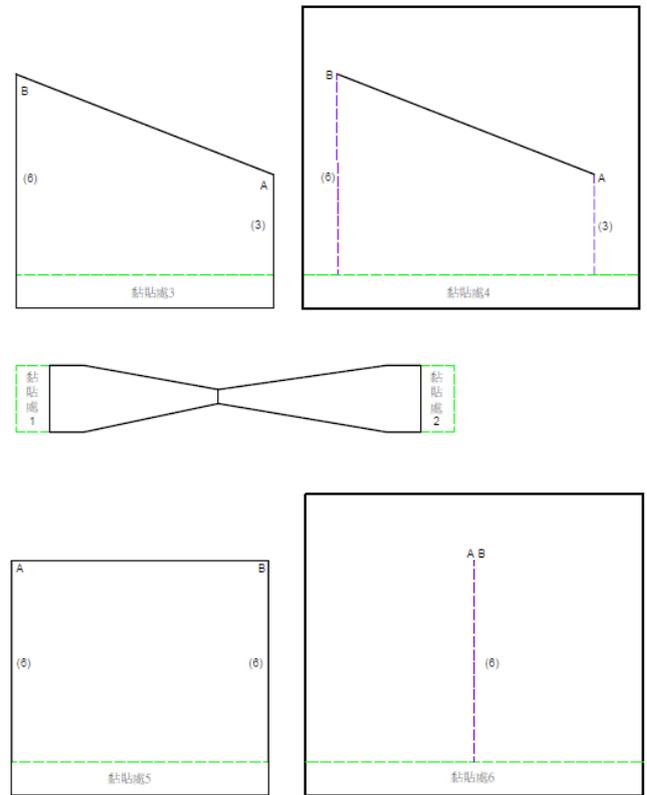
(a) 點的投影



(b) 線於平行輔助面的投影



(c) 線於平行輔助面的投影

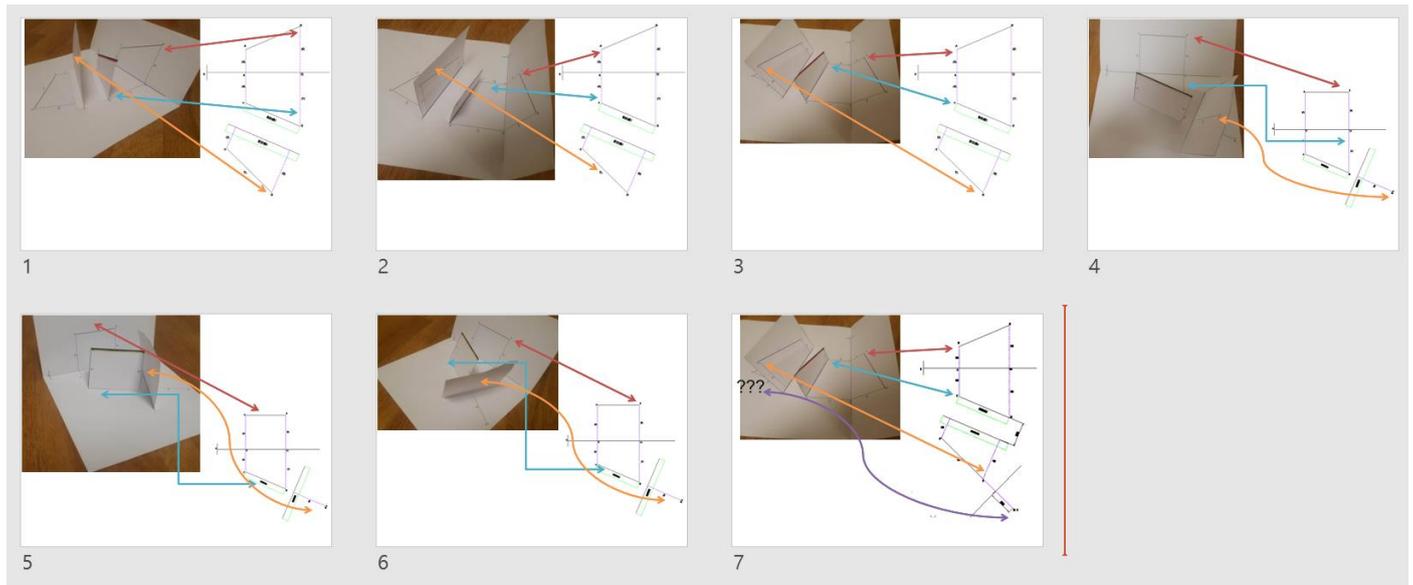


(d) 黏貼元件

圖四：三種模型的元件

本教材共開發如圖四所示的三種模型。圖四(a)顯示最基礎的一個點的投影。圖四(b)為加置一個與直線 AB 平行的投影面，於此投影面上可呈現實際長度。圖四(c)表示加置一個與直線 AB 垂直的投影面，直線於此投影面上呈現一個點。圖四(d)為五個黏貼元件，依指示分別黏貼於前述三個圖，加以彎摺及豎立後，便可完成簡易的立體模型。

模型教材的黏貼及應用在施行時，會出現後座的同學無法看到老師在前面操作的問題，而有跟不上的狀況。針對此問題，拍攝如圖三的照片，製作成如圖五的 ppt，並透過大螢幕投影，以解決此問題。



圖五: 解說模型的 ppt

二、驗證作業答案的試算表

第二部分為驗證作業答案的試算表。該試算表能自動檢查垂直、平行、共線、共平面...等特性，每一題求得答案後，將數據填入設計的試算表，可自動協助檢查是否符合要求。學生的每個作業皆可選擇如圖六的指定數據或者圖七的自訂數據。前者有共同的標準答案，同學可互相討論，甚至比對以完成作業，答案當然可用該試算表驗證是否正確。程度稍好的同學，可選擇如圖七的自訂數據。繪製投影圖並求得答案後，如圖八填入“40”的答案，背景色彩為黃色且字體為紅色的儲存格顯示“133.7051”，代表未符合垂直特性或答案有誤。若填入此組數據的正確答案“67”，則如圖九會顯示“90.0000”，代表符合垂直特性。每當學生辛苦繪圖求得答案後，看到這結果皆會有成就感，進而提高興趣及繼續接受挑戰的意願。如圖六至圖九的驗證試算表，共開發了六個題目，皆圖示於圖十。

驗證試算表主要適用於數據由學生自訂，讓學生自己知道答案是否正確；但若學生蓄意篡改驗證儲存格的數據，將造成批改作業的困擾。試算表將驗證用的儲存格加以鎖定或禁止輸入，除了防止學生輸錯儲存格，亦可讓學生無法篡改驗證結果。

2. 求垂直點(ds垂直於dt)			
	d	t	s
V	31	31	21
H	29	46	標註
P	71	90	51

圖六：指定數據

2. 求垂直點(ds垂直於dt)			
	d	t	s
V	27	37	17
H	37	47	
P	77	87	57

圖七：自訂數據

2. 求垂直點(ds垂直於dt)			
	d	t	s
V	27	37	17
H	37	47	40
P	77	87	57

	dt	ds
	10	-10
	10	3
	10	-20
	17.32	22.56
		133.7051

圖八：答案不正確

2. 求垂直點(ds垂直於dt)			
	d	t	s
V	27	37	17
H	37	47	67
P	77	87	57

	dt	ds
	10	-10
	10	30
	10	-20
	17.32	37.42
		90.0000

圖九：已求得正確答案

1. 求實長			
	A	B	
V	21	31	10
H	31	41	10
P	71	81	10
AB不可平行任一投影面			0.001
迴轉法	實長=	0	-17.3205
輔助視圖	實長=	0	-17.3205

2. 求垂直點(ds垂直於dt)			
	d	t	s
V	31	31	21
H	29	46	123.123
P	71	90	51

	dt	ds
	0	-10
	17	94.123
	19	-20
	25.50	96.74
		60.3519

3. 求直線 BG 與直線 CK 公垂線的公垂線 AF							
	B	G	C	K		A於BG上	F於CK上
V	9	7	30	17		33	55
H	35	49	30	20		22	66
P	50	10	45	20		11	77

檢查 1			檢查 2		
BG	BA	AF	CK	CF	AF
-2	24	22	-13	25	22
14	-13	44	-10	36	44
-40	-39	66	-25	32	66
42.43	47.60	82.32	29.90	54.27	82.32
	48.8110	131.9220		156.2339	18.1035

4a. 線ef垂直平面gkm,且於平面上。求點f							
	g	k	m	e	f	數據檢查	
V	10	15	40	50	20.0000		
H	45	10	10	40	30.0000	數據不通過	
P	60	50	20	40	40.0000		

	g-d	k-d	m-d	e-d
	-10	-5	-20	-30
	15	-20	-20	-10
	20	10	-20	0
	26.93	22.91	34.64	31.62
DOT	100.1465	118.8845	68.5833	
Dist(A)-		0.2573		

4b. 求三角形gkm之外接圓的圓心O							
	g	k	m	e	O		
V	10	15	40	50	20.0000		
H	45	10	10	40	30.0000		
P	60	50	20	40	40.0000		

	g-o	k-o	m-o
	-10	-5	-20
	15	-20	-20
	20	10	-20
	26.93	22.91	34.64
距離	26.9258	22.9129	34.6410
Dist(A)-		0.2573	

5. 畫矩形 cdef, 求 ch & fh					
	c	d	e	f(V免輸入)	數據檢查
V	10	7	60	63	
H	10.0000	27	27	5.0000	數據不適合
P	14	27	50	37	
	c-d	d-e	e-f	f-c	
	3	-53	-3	53	
	-17	0	22	-5	
	-13	-23	13	23	
	21.61	57.78	25.73	57.99	
DOT	92.5154	83.5618	95.4041	88.8479	
Det(A)=		0.1180	-0.0440		

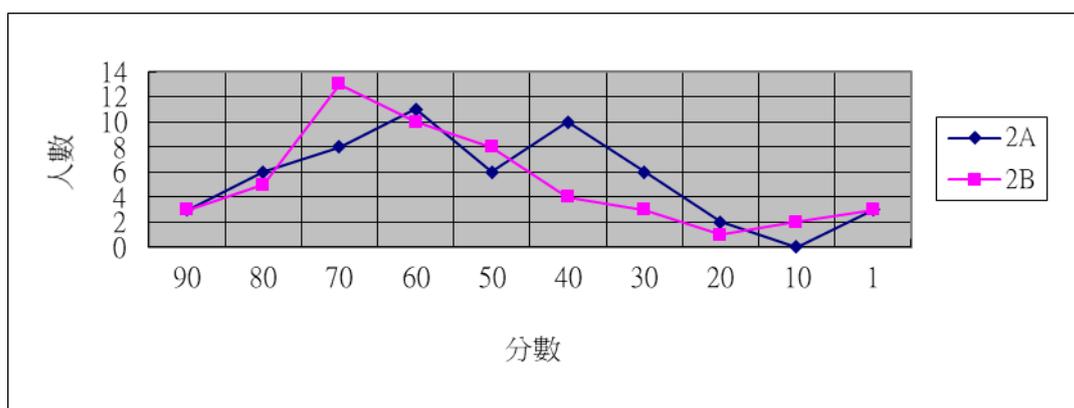
6. 求等腰三角形dco之頂點o,且o於直線ab上						
	d	c	o	a	b	數據檢查
V	50	15	20.0000	7	60	
H	45	10	30.0000	27	15	
P	60	30	40.0000	27	50	
	d-o	c-o		a-o	b-o	
	30.0000	-5.0000		-13.0000	40.0000	-225.0000
	15.0000	-20.0000		-3.0000	-15.0000	-390.0000
	20.0000	-10.0000		-13.0000	10.0000	315.0000
距離	39.0512	22.9129		18.63	43.87	
				137.7523		

圖十:六個题目的驗證試算表

伍、實施成效及影響（量化及質化）

對於投影幾何，同學之間討論或與老師討論時常常用手比來比去，最後還是不知對方的意思。有了適當的三維模型，可當討論時的輔佐工具。空間想像能力較弱的學生可以藉此了解投影幾何的原理，減少挫折感，進而引起興趣及學習動機，甚至激發出挑戰的衝勁。研發的試算表適於對投影幾何有基本了解，並想自我測試的同學。解作業時不僅能對投影幾何更加了解且加深印象，更由於數據是自選或單一的，正確求得答案後會有喜悅及成就感；並且無形中可培養獨立學習的能力與習性。

雖然近年來學生能力有漸弱的趨勢，但藉由此套教材，學生表現確實有所進步。由於此教材僅與期中考範圍相關，故與去年的期中考相較。去年平均約 51 分，今年個人教授兩班，期中考平均分別為 56 分與 59 分；學生表現確實有比去年進步。教學時最困擾的問題之一是後段班太多人，或者分數呈現 M 型的分布。如圖十一所示的今年期中考成績分布圖，低於 30 分以下的同學已非常少，而且也讓 M 型分布的趨勢消失了。



圖十一:期中考各等級成績的人數分布圖

陸、結論

研發的教材主要有兩部分。其一為設計模型讓學生動手剪裁黏貼，藉此模型可了解投影幾何的原理。學生在課堂上能動手做，大幅減低沉悶的氣氛；也較容易建立三維轉為二維的概念，大幅減少三維想像力較差的同學所面臨的障礙與挫折。其二為研發驗證作業答案的試算表。能力中下的同學可

選擇指定的數據，由於題目相同，同學間可互相討論及更正錯誤，進而完成作業且減少挫折感。程度普通及優秀者可選擇自行規畫數據，再藉由研發的試算表以驗證答案是否正確。課堂上確實常聽到求得正確答案時的歡呼聲。藉由這兩種教材的研發，達到因材施教的目的，讓M形兩端的同學皆能有學習的興趣與成效；成績也顯示比去年提升，且後段班同學也大幅減少。因此本教材的開發確實有相當的功效與助益。

柒、附件

附件有一個講解模型的ppt檔與兩個驗證作業答案的xls檔。