

# 中國文化大學教師教學創新暨教材研發獎勵期末成果報告書

壹、計畫名稱：以鷹架理論為基礎之離散數學課程教學

貳、實施課程、授課教師姓名

實施課程：離散數學

授課教師姓名：王福星

課程內容：

本計畫實施於「離散數學」課程，離散數學是一門與資訊科學相關的學科，該課程所涵蓋的範圍包括：

1. 邏輯、證明、與數學推理。
2. 計數技巧：包含排列、組合、鴿籠原理、遞迴關係、與排容原理。
3. 離散型的資料結構，包括集合、矩陣、關係、圖、樹、有限狀態機等。
4. 數論及其應用。

學生修習本課程後，應具備下列專業能力：

1. 了解基本的邏輯概念，並且能應用邏輯的推論規則進行證明。
2. 能夠解釋不同的離散型資料結構的意義，並且能應用它們。

參、前言

鷹架理論源自於 Vygotsky 的近側發展區，自從 Wood 等人(1976)提出鷹架理論以來，因為鷹架理論應用範圍廣闊，在教育界引起很大的響應。儘管有著後續的近代觀點，以輔助學習者維持學習方向與鷹架的

動態架構仍然是最根本的鷹架理論觀點。鷹架式教學是結構性教學的一種，由教師扮演如建築工地所使用的鷹架一般，成為學習者在學習過程中，所需之能力發展的支持。在教學上，鷹架是師生互動的方式與策略，強調教師在互動過程中，協助學生在接近近側發展區（Zone of Proximal Development）向前發展。所謂「近側發展區」是指在師生互動中，學生能夠獨立解決問題之實際程度，與在老師指導下而能夠解決問題之潛在發展程度，而這兩種程度間の間隙即被稱之為近側發展區。

本計畫由離散數學程之任課教師進行鷹架式的教學，任課教師必須提供學生概念框架，以提供學生自行建構學習架構，並對知識產生進一步的理解。

#### **肆、計畫特色及具體內容**

在介紹每一個學習單元的開始，任課教師以歷屆考古題作為鷹架的設計腳本，由任課教師設定學習目標，讓學生先建立概念框架，然後引領學生進入所需要解決問題之情境。一開始，先由教師啟發引導，然後教師在學生探索過程中適時提示並幫助學生藉由概念框架逐步達到學習目標。

數學相關課程對於一般同學而言，是屬於較難於迅速學習的課程。本計畫並透過合作學習的方式，讓分組學生透過做中學，並於過程中以問題為目標，培養學生主動進行小組討論，共用分組學生的集體思維成果，對於當前所學概念提出比較全面的理解，使得學生具備批判思考和問題解決

能力，達到對於所學的知識建構。因為使用鷹架教學教師需要瞭解學生的需求，能力教師需要對學生更有耐心，對於初學習的學生，要能忍耐他們的可能犯錯。使用鷹架教學教師需要從不同情境下，對於將採用的鷹架類型有所取捨。為了確認學習成效，本計畫安排學生的自我評價以及個人對於學習小組的貢獻度之學習評價，以利評估學生對於所學知識的意義建構之完成程度，以達到本計畫的具體目的。

本計畫共分為三階段：教學鷹架搭建階段、學生熟悉輔助鷹架階段、實作評量階段。分述如下：

1. 教學鷹架搭建階段。教師針對課程主題，以結構化的方式擬定離散數學的解題模式，作為使用的鷹架，故教師須付諸心思於講義製作，進行課程規劃。
2. 學生熟悉輔助鷹架階段。教師先引導學生產生對考古題的解題目標，引發探究動機，引導學生將抽象的思考結構化，建立思考基礎。接著藉由輔助鷹架，熟練結構化的解題策略，並且透過分組的討論，上台發表全組的解題內容，發展為具體可行的教學模式，提供給同儕參考。
3. 評量階段。以近側發展區作為評量指標，除了評估學生的學習之外，也必須評估師生的互動。教師可進一步利用作答結果的呈現，引導學生進行答案理由之說明與深入討論。

## 伍、實施成效及影響（量化及質化）

在學生接受離散數學的結構化解題鷹架之後，瞭解學生實施後的數學學習成效之改變，並適當地修正使用鷹架的輔助策略，可以減少學生在解題過程中的迷思，降低離散數學問題的解題門檻，故本計畫預期提升學生的問題探究能力，並且預期學生能夠內化鷹架內涵，以建構自己的知識。如果學生能夠主動地參與學習活動，並且自我調整學習，讓教師以引導者的角色，提供學生分組合作學習的情境，再加上同儕互評的策略，鼓勵學習者主動思考，來提升學習者之學習成效。

成效部分：

1. 以鷹架輔助學生結構化解題能力，以縮小近側發展區，並將提升學生學習成效。
2. 協助學生發展可能的潛能，讓學生較不畏懼於數學課程。

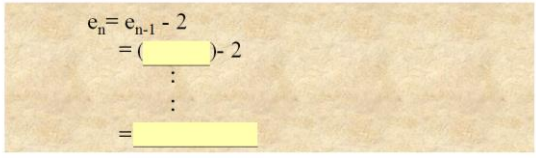
## 陸、結論

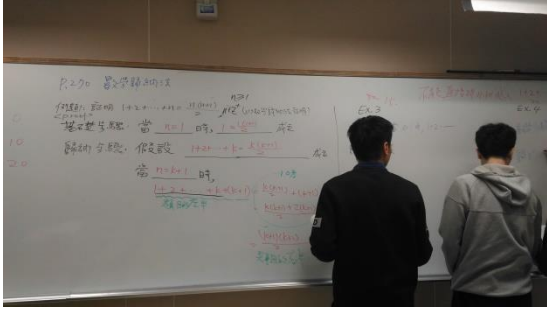
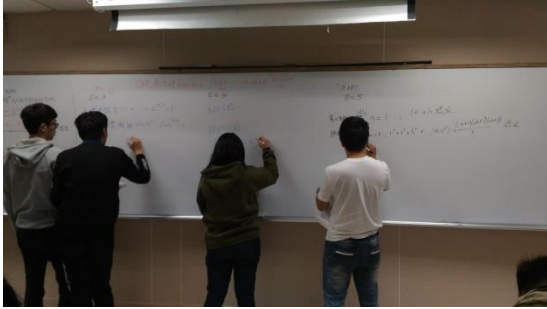
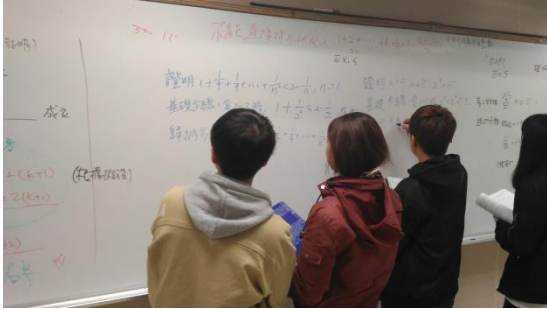
本計畫的執行之初，教導學生使用 Moodle 平台，並且要求各組學生擇定一教學目標，以設計各組之平台內容。學生為了提高學習平台成效，將思考如何結合所學的遊戲工具或其他有助益的工具軟體，另外接著也要思考如何製作有用的電子書。方法如下：

- (1) 讓學習者操作系統後即可得到立即的回饋彈性的互動。
- (2) 提供獎勵機制，讓學習者能藉由虛擬獎牌來促進學習動機。
- (3) 讓學生實際操作、討論、學習檔案的建立、多元評量。

從學生需要的數位學習平台的核心能力著手，導入相關軟體工具，再經由實作，讓學生以製作數位學習平台內容為任務導向，而能思考如何應用所學，以達到內化知識成為核心能力之成效。

柒、執行計畫活動照片

課程活動照片	課程活動照片 容說明																									
<p>Recurrence relation <math>a_n = a_{n-1} + 3, a_1 = 2</math></p> $a_n = a_{n-1} + 3 \quad \text{or} \quad a_n = a_{n-1} + 3$ $= (a_{n-2} + 3) + 3 = a_{n-2} + 2 \cdot 3$ $= ((a_{n-3} + 3) + 3) + 3 = a_{n-3} + 3 \cdot 3$	<p>講解 recurrence relation 觀念時 所使用的鷹架</p>																									
 <p>(1) The former is <math>e_{n-1} - 2</math>, the latter is <math>1 + 2(n-1)</math></p> <p>(2) The former is <math>e_{n-2} - 2</math>, the latter is <math>-2(n-1)</math></p> <p>(3) The former is <math>e_{n-2} - 2</math>, the latter is <math>-3(n-1)</math></p>	<p>對於 recurrence relation 主題， 以選擇題的方式讓分組學生討論可 能的答案</p>																									
<table border="1" data-bbox="274 1366 683 1541"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th><math>(p \vee q)</math></th> <th><math>\vee</math></th> <th><math>\sim q</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>a</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>b</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>c</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>d</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> </tbody> </table> <p>(1) a is F, b is T, c is F, d is T (2) a is T, b is T, c is F, d is F</p> <p>(3) a is T, b is T, c is T, d is F (4) all of are T</p>	p	q	$(p \vee q)$	$\vee$	$\sim q$	T	T	T	a	F	T	F	T	T	b	F	T	T	c	F	F	F	d	T	T	<p>對於 logic 主題，以選擇題的方式 讓分組學生討論可能的答案</p>
p	q	$(p \vee q)$	$\vee$	$\sim q$																						
T	T	T	a	F																						
T	F	T	T	b																						
F	T	T	c	F																						
F	F	d	T	T																						

<p>□ Show that</p> <p>□ Proof:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ <b>Basis Step :</b> 當 <math>n = 1</math> 時, <math>1! = 1 \geq 2^0</math>, 成立</li> <li>■ <b>Inductive Step :</b> 假設 <math>n = k</math> 時, <math>k! \geq 2^{k-1}</math>, 成立</li> <li>當 <math>n = k + 1</math> 時,</li> <li>...</li> <li>...</li> <li>...</li> </ul> <p><math>(k+1)! \geq 2^k</math>, 也成立</p>	<p>對於數學歸納證明法主題，教師提供解題的鷹架</p>
<p style="text-align: center;">Example</p> <p>□ Show that <math>n! \geq 2^{n-1}</math> for all <math>n \geq 1</math>.</p> <p>□ Proof:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ <b>Basis Step :</b> 當 <math>n = 1</math> 時, <math>1! \geq 2^{1-1}</math>, 成立</li> <li>■ <b>Inductive Step :</b> 假設 <math>n = k</math> 時, <math>k! \geq 2^{k-1}</math>, 成立</li> <li>當 <math>n = k + 1</math> 時,</li> <li>...</li> <li>...</li> <li>...</li> </ul> <p><math>(k+1)! \geq 2^k</math>, 也成立</p>	<p>對於數學歸納證明法主題，解題鷹架的範例</p>
	<p>學生利用鷹架解題照片(一)</p>
	<p>學生利用鷹架解題照片(二)</p>
	<p>學生利用鷹架解題照片(三)</p>

## 參考文獻

- Arco-Tirado, J. L., Ferná'ndez-Martí'n, F. D., & Ferná'ndez-Balboa, J.-M. (2011). The impact of a peer-tutoring program on quality standards in higher education. *High Education*, 62(6), 773-788.
- Blank, L. M. (2000). A metacognitive learning cycle: A better warranty for student understanding? *Science Education*, 84, 486–506.
- Davis, E. A., & Miyake, N. (2004). Explorations of scaffolding in complex classroom systems. *The Journal of the Learning Science*, 13, 265-272.
- Ge, X., & Er, N. (2005). An online support system to scaffold real-world problem solving. *Interactive Learning Environments*, 13(3), 139-157.
- Ge, X., Chen, C. H., & Davis, K. A. (2005). Scaffolding novice instructional designers' problem-solving processes using question prompts in a web-based learning environment. *Journal of Educational Computing Research*, 33(2), 219-248.
- Hong, C. F. (2009). Qualitative chance discovery – extracting competitive advantages. *Information Sciences*, 179, 1570-1583.
- Kwon, K., Kumalasari, C. D., & Howland, J. L. (2011). Self-explanation prompts on problem-solving performance in an interactive learning environment. *Journal of Interactive Online Learning*, 10(2), 96-112.
- Land, S. & Greene, B. (2000). Project-based learning with the World Wide Web: A qualitative study of resource integration. *Educational Technology Research Development* 48(3), 61–78.
- Lin, M. H. & Chen, C. F. (2011). 3W scaffolding in curriculum of database management and application – applying the human-centered computing systems. *Studies in Computational Intelligence*, 381, 341-351.
- Lin, M. H. & Chen, C. F. (2012). Scaffolding opportunity in problem solving –



- the perspective of weak-tie. *Advanced Methods for Computational Collective Intelligence*, 457, 71-81.
- Lin, M. H., Chen, M. P., & Chen, C. F. (2015). Effects of question prompts and self-explanation on database problem solving in a peer tutoring context. *LNAI*, 9012, 180-189.
- Lin, M. H., Chen, M. P., & Chen, C. F. (2013). Exploring peer scaffolding opportunities on experiential problem solving learning. *LNCS*, 8083, 572-581.
- van Merriënboer, J. J. G. (2013). Perspectives on problem solving and instruction. *Computers & Education*, 64(1), 153-160.
- Nussbaum, M. E. (2002). Scaffolding argumentation in the social studies classroom. *Social Studies*, 93(3), 79-84.
- Rogers, Everett M. (2003). *Diffusion of Innovations*. Free Press. New York.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Wood, D. J., Bruner, J. S., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 17, 89-100.
- Yu, W. F., She, H. C., & Lee, Y. M. (2010). The effects of a web-based/non web-based problem solving instruction and high/low achievement on students' problem solving ability and biology achievement. *Innovations in Education and Teaching International*.
- Zimmerman, C. (2000). The development of scientific reasoning skills. *Developmental Review*, 20, 99-149.
- Zimmerman, B. J. (2008). Investigating self-regulation and motivation: historical background, Methodological Developments, and Future Prospects. *American Educational Research Journal*, 45, 166-183.